

## Arbeitsblatt Mathematik: Mischungsaufgaben

Werden zwei oder mehrere Ausgangsstoffe gemischt, dann entsteht ein Gemisch oder ein Gemenge, die im Folgenden als Mischung bezeichnet werden. In einer Mischung verbinden sich die Ausgangsstoffe nicht zu einem neuen Stoff, sondern sind unverändert in der Mischung enthalten. Die Ausgangsstoffe und die Mischung können fest, flüssig oder gasförmig sein.

Beispiele für Mischungen:

- Ein Gemisch unterschiedlicher Metalle bezeichnet man als Legierung.
- Wird ein fester, flüssiger oder gasförmiger Stoff in einer Flüssigkeit gelöst, so spricht man von einer Lösung.
- Ein Gemisch unterschiedlicher Gase ist ein Gasgemisch.
- Rauch ist ein Gemisch aus festen Teilchen und einem Gas.
- Nebel besteht aus einem Gemisch von flüssigen Teilchen und einem Gas.
- Ein Gemisch aus festen Teilchen und einer Flüssigkeit ergibt eine Suspension.
- Bei einer Emulsion bestehen nicht mischbare Flüssigkeiten nebeneinander.
- Schaum entsteht aus einem Gemisch von gasförmigen Bläschen und einer Flüssigkeit.
- Sind gasförmige Bläschen gleichförmig in einem Festkörper eingebracht, so handelt es sich um Hartschaum.
- Wenn körnige Ausgangsstoffe vermengt werden, dann spricht man von einem Gemenge, Haufwerk oder Schüttgut (Kaffeemischung, Tabakmischung, Blumenerdemischung, Samenmischung).

Mischungsaufgaben enthalten Angaben zur Anzahl und Art der verwendeten Ausgangsstoffe und der Art der resultierenden Mischung. Weiterhin enthalten Mischungsaufgaben Angaben zu den Eigenschaften der Ausgangsstoffe und der Mischung.

Beispiele für Eigenschaften:

- Masseanteil, Volumenanteil, Stoffmengenanteil;
- Massekonzentration, Volumenkonzentration, Stoffmengenkonzentration;
- Masseverhältnis, Volumenverhältnis, Stoffmengenverhältnis;
- Masse, Volumen, Stoffmenge;
- Kosten je Mengeneinheit.

Zum Lösen einer Mischungsaufgabe müsst ihr zunächst die Ausgangsstoffe und das Mischungsprodukt finden. Dann ordnet ihr den Ausgangsstoffen und dem Mischprodukt die gegebenen und gesuchten Eigenschaften zu. Um einem Überblick zu erhalten, tragt ihr alles Gegebene und Gesuchte in eine Tabelle ein. Aus den Tabelleneintragen ergibt sich ein lineares Gleichungssystem, dessen Lösung die gesuchten Eigenschaften ergeben. Deshalb werden Mischungsaufgaben in der Schule häufig im Stoffgebiet lineare Gleichungssysteme behandelt. Im Folgenden sollen Mischungsaufgaben betrachtet werden, bei denen genau zwei Ausgangsstoffe  $S_1$ ,  $S_2$  eine Mischung  $M$  ergeben.

Beispielaufgabe 1:

Es sollen 8 kg einer Legierung erzeugt werden, die Chrom und Nickel im Verhältnis 5:11 enthält. Die Legierung soll aus zwei Chrom-Nickel-Legierungen hergestellt werden, bei denen sich die Metallmassen wie 2:3 bzw. 3:7 verhalten. Wie viel Kilogramm der Cr-Ni-Legierungen werden benötigt?

Lösung:

Aus der Aufgabenstellung ergibt sich folgende Tabelle:

| Stoffe | Masse<br>in kg | Cr-Anteil | Ni-Anteil | Cr-Anteil<br>in kg | Ni-Anteil<br>in kg |
|--------|----------------|-----------|-----------|--------------------|--------------------|
| S1     | x              | a=2/5     | 3/5       | ax= (2/5)*x        | (3/5)*x            |
| S2     | y              | b=3/10    | 7/10      | by= (3/10)*y       | (7/10)*y           |
| M      | z=8            | c=5/16    | 11/16     | cz= (5/16)*8       | (11/16)*8          |

Die erste Spalte der Tabelle enthält die Bezeichnungen S1, S2 der Ausgangsstoffe und der Mischung M. Die Aufgabenstellung enthält eine Masseangabe von 8 kg für die Mischung M. Gesucht sind die Massen x, y der Ausgangslegierungen S1, S2. Die Massen x, y, 8 kg sind in die 2. Spalte eingetragen. Wenn Cr und Ni in der Legierung S1 im Verhältnis 2:3 vorhanden sind, dann sind von insgesamt 2+3=5 Teilen 2 Teile Cr und 3 Teile Ni. In der zweiten Legierung S2 sind Cr und Ni im Verhältnis 3:7 vorhanden, d.h. von insgesamt 3+7=10 Teilen sind 3 Teile Cr und 7 Teile Ni. Wie aus der Aufgabenstellung hervorgeht, sind in der resultierenden Legierung M Cr und Ni im Verhältnis 5:11 vorhanden. Das bedeutet, dass von insgesamt 5+11=16 Teilen 5 Teile Cr und 11 Teile Ni sind. Diese Anteile von Cr und Ni in S1, S2 und M sind in den Zeilen der Spalten 3 und 4 eingetragen. In x kg der Legierung S1 sind  $(2/5)*x$  kg Cr  $(3/5)*x$  kg Ni enthalten. In y kg der Legierung S2 sind  $(3/10)*y$  kg Cr und  $(7/10)*y$  kg Ni enthalten. 8 kg der resultierenden Legierung M enthalten  $(5/16)*8$  kg Cr und  $(11/16)*8$  kg Ni. Diese anteiligen Massen von Cr und Ni in den Legierungen S1, S2, M sind in den Spalten 5 und 6 eingetragen. Weil sich die 8 kg der Legierung M aus den Massen der Legierungen S1, S2 ergeben, kann eine erste Gleichung angegeben werden:

$$x + y = 8 \quad (1).$$

Die Cr-Masse  $(5/16)*8$  kg in der resultierenden Legierung M resultiert aus den Cr-Massen  $(2/5)*x$  und  $(3/10)*y$  in den Ausgangslegierungen S1, S2. Analoges gilt für die Ni-Massen. Es ergeben sich zwei weitere Gleichungen:

$$(2/5)x + (3/10)y = (5/16)*8 \quad (2),$$

$$(3/5)x + (7/10)y = (11/16)*8 \quad (3).$$

Wir haben drei Gleichungen (1), (2), (3) mit zwei Unbekannten x, y. Um x und y zu bestimmen, müssen nur zwei der drei Gleichungen gelöst werden. Also erhalten wir x, y, wenn wir die Gleichungen (1) und (2) oder (1) und (3) oder (2) und (3) lösen. Nachfolgend werden x und y aus den Gleichungen (1) und (2) bestimmt. Der besseren Handhabbarkeit wegen, werden die Koeffizienten auf der linken und das Absolutglied auf der rechten Seite der Gleichung (2) in Dezimalschreibweise geschrieben:

$$x + y = 8 \quad (1),$$

$$0,4x + 0,3y = 2,5 \quad (2).$$

Aus (1) ergibt sich:

$$y = 8 - x \quad (4).$$

Wenn wir das y in (2) durch  $(8-x)$  aus Gleichung (4) ersetzen, dann ergibt sich:

$$0,4x + 0,3(8-x) = 2,5 \quad (5).$$

Es ist nur die Unbekannte x vorhanden. Der Klammerausdruck auf der linken Seite von (5) wird ausmultipliziert:

$$0,4x + 0,3 \cdot 8 - 0,3x = 2,5 \quad (6).$$

Die Unbekannte x wird auf der linken und die Absolutzahlen werden auf der rechten Seite der Gleichung (6) zusammengefasst:

$$(0,4-0,3)x = 2,5 - 0,3 \cdot 8 \quad (7)$$

$$0,1x = 2,5 - 2,4 \quad (8)$$

$$0,1x = 0,1 \quad (9)$$

Wenn beide Seiten der Gleichung (9) durch 0,1 dividiert werden, folgt:

$$x = 1.$$

Weil nach (4)  $y = 8-x$  ist, folgt:

$$y = 8-1 = 7.$$

Zum Herstellen der Legierung sind 1 kg der ersten Ausgangslegierung erforderlich, bei der sich Cr und Ni wie 2:3 verhalten, und 7 kg der zweiten Ausgangslegierung mit Cr und Ni im Verhältnis 3:7.

Verallgemeinerung/"Kochrezept":

Mischungsaufgaben mit zwei Ausgangsstoffen S1, S2 und einem Mischprodukt M lassen sich verallgemeinern, wenn an Stelle von Zahlenwerten Variable verwendet werden. Für jede Mischungsaufgabe lässt sich folgende Tabelle aufstellen:

| Stoffe | Menge der Stoffe | Eigenschaften der Stoffe | Eigenschaften bezogen auf die Menge der Stoffe |
|--------|------------------|--------------------------|--|
| S1     | x                | a                        | ax   |
| S2     | y                | b                        | by   |
| M      | z                | c                        | cz   |

Wie eingangs erwähnt, sind die Ausgangsstoffe S1, S2 mengenmäßig unverändert in der Mischung M enthalten, so dass:

$$x + y = z \quad (1).$$

Das Gleiche gilt für die Eigenschaften bezogen auf die Stoffmengen:

$$ax + by = cz \quad (2).$$

(1) und (2) sind zwei Gleichungen mit sechs Variablen: a, b, c, x, y, z. Die Mischungsaufgabe lässt sich dann lösen, wenn nur zwei der Variablen gesucht sind und die anderen vier gegeben sind. Wenn z.B. y und z gesucht sind, kann man wie im Beispiel 1 vorgehen, indem aus (1)  $y = z - x$  folgt und in (2) eingesetzt wird:

$$ax + b(z-x) = cz \quad (3).$$

Nach dem in (3) die Klammer ausmultipliziert wurde, folgt:

$$ax + bz - bx = cz \quad (4).$$

Das gesuchte x wird links und z rechts zusammengefasst:

$$(a-b)x = (c-b)z \quad (5).$$

Nach dividieren durch (a-b) erhält man:

$$x = (c-b)/(a-b) * z \quad (6).$$

Schließlich erhält man y, wenn (1) nach y umgestellt und für x der Ausdruck nach (6) eingesetzt wird:

$$y = z - x = z - [(c-b)/(a-b) * z] = z * [1 - (c-b)/(a-b)]. \quad (7).$$

c wäre nur aus den Angaben zu den Ausgangsstoffen errechenbar, wenn man entsprechend (1) für z in (2) x+y einsetzt:

$$ax + by = c(x+y) \quad (8).$$

Daraus folgt:

$$c = (ax+by)/(x+y).$$

Beispielaufgabe 2:

Es sollen 6 kg einer Teemischung hergestellt werden, die pro 100 g 60 Cent kostet. Die Teemischung besteht aus Assam-Tee zu 6,40 EUR/kg und Darjeeling-Tee zu 5,20 EUR/kg.

Lösung:

Beim Durchlesen der Aufgabe fällt auf, dass der Preis für die Teemischung in Cent pro 100g und die Preise für die Ausgangssorten in EUR/kg angegeben sind. Vor dem Eintragen in eine Tabelle wird der Preis für die Mischung ebenfalls in EUR/kg angegeben:

60 Cent/100 g sind  $10 \cdot 60$  Cent/10\*100 g bzw. 600 Cent/1000 g bzw. 6,00 EUR/kg.

Wenn man zwei Sorten zu 6,40 EUR/kg und 5,20 EUR/kg mischt, dann wird sich der resultierende Preis irgendwo zwischen diesen beiden Werten bewegen. So gesehen sind die 6,00 EUR/kg für die Mischung einleuchtend.

Die Tabelle gestaltet sich aus den Angaben der Aufgabe wie folgt:

| Stoffe | Massen der Stoffe in kg | Preise pro Kilogramm in EUR | Preise der Massen der Stoffe in EUR |
|--------|-------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|
| A-Tee  | x                       | 6,40                        | 6,4 * x                             |
| D-Tee  | y                       | 5,20                        | 5,2 * y                             |
| T-M    | 6                       | 6,00                        | 6,0 * 6                             |

Die Gleichungen lauten:

$$\begin{aligned} x + y &= 6 && (1), \\ 6,4x + 5,2y &= 36 && (2). \end{aligned}$$

Aus (1) ergibt sich:

$$y = 6 - x \quad (3).$$

Nach Einsetzen von (3) in (2):

$$6,4x + 5,2(6 - x) = 36 \quad (4).$$

Auflösen der Klammer und Zusammenfassen auf beiden Seiten:

$$6,4x - 5,2x = 36 - (5,2 \cdot 6) \quad (5.1)$$

$$1,2x = 4,8 \quad (5.2)$$

Nach Division durch 1,2:

$$x = 4,8 / 1,2 = 4.$$

Aus (1) wird:

$$y = 6 - x = 6 - 4 = 2.$$

Zum Herstellen der Teemischung sind 4 kg Assam-Tee und 2 kg Darjeeling-Tee erforderlich.

Beispielaufgabe 3:

Essig-Essenz hat einen Essigsäuregehalt von 25%. Mit welcher Menge Wasser muss Essig-Essenz verdünnt werden, um einen 5%igen Essig zu erhalten?

Lösung:

Die Aufgabenstellung enthält keine absoluten Angaben zu den Mengen in Gramm oder Litern. Gefragt ist eine relative Angabe für die Wassermenge in Bezug auf eine beliebige Menge Essig-Essenz. Es ist allgemein bekannt, dass reines Wasser keinen (=0%) Essig enthält. Alle verfügbaren Angaben in einer Tabelle sehen so aus:

| Stoffe | Mengen der Stoffe | Essigsäuregehalt in % | Essigsäuremenge in den Stoffen |
|--------|-------------------|-----------------------|--------------------------------|
| Essenz | x                 | 25                    | 25 * x                         |
| Wasser | y                 | 0                     | 0 * y                          |
| Essig  | z                 | 5                     | 5 * z                          |

Daraus ergeben sich folgende Gleichungen:

$$x + y = z \quad (1)$$

$$25x + 0y = 5z \quad (2).$$

(2) liefert:

$$z = 5x \quad (3).$$

Weil das Verhältnis zwischen Wasser (y) und Essenz (x) gesucht ist, wird (3) in (1) eingesetzt:

$$x+y = 5x \quad (4).$$

Durch Umformen von (4) ergibt sich:

$$-4x = -y$$

$$4x = y$$

$$y:x = 4:1 \quad (5).$$

Um einen 5%igen Essig zu erhalten, muss auf eine bestimmte Menge 25%igen Essig-Essenz die 4-fache Menge Wasser gegeben werden. Oder: Der Essig enthält Wasser und Essenz im Verhältnis von 4:1.

Beispielaufgabe 4:

Aus 0,4 l Möhrensaft und 0,6 l Orangensaft soll ein Mixgetränk hergestellt werden. Der Vitamin-C-Gehalt des Möhrensafte beträgt 20 mg je 100 ml. Der Orangensaft hat einen Vitamin-C-Gehalt von 50 mg je 100 ml. Wie groß ist der Vitamingehalt des Mixgetränkes?

Wenn 0,4 l und 0,6 l vermischt werden, ergibt sich insgesamt eine Mischung mit einem Volumen von 1 l. Zu beachten ist, dass der Vitamin-C-Gehalt in mg je 100 ml angegeben ist. Deshalb wurden die Stoffmengen in Spalte 2 nachstehender Tabelle in 100 ml angegeben. Der Vitamin-C-Gehalt des Mixgetränkes wird irgendwo zwischen 20 und 50 mg/100 ml liegen.

| Stoffe  | Mengen der Stoffe in 100 ml | Vitamin-C-gehalt in mg je 100ml | Vitamin-C-Menge in den Stoffen in mg |
|---------|-----------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|
| Mö-Saft | 4                           | 20                              | 20 * 4                               |
| O-Saft  | 6                           | 50                              | 50 * 6                               |
| Mix     | 10                          | c                               | c * 10                               |

Die Tabelle enthält nur den Vitamin-C-Gehalt c des Mixgetränkes als Unbekannte. c lässt sich nur aus einer Gleichung herleiten, die sich aus der vierten Spalte der Tabelle ergibt:

$$20 \cdot 4 + 50 \cdot 6 = c \cdot 10 \text{ oder}$$

$$80 + 300 = 10c \text{ oder}$$

$$380 = 10c, \text{ d.h.}$$

$$c = 380/10 = 38.$$

Das Mixgetränk hat einen Vitamin-C-Gehalt von 38 mg/100ml.

Beispielaufgabe 4:

Wie viel Traubensaft mit einem Vitamin-C-Gehalt von 15 mg/100ml muss mit 4 l Birnensaft gemischt werden, damit das Mischgetränk pro 100 ml genau 25 mg Vitamin C enthält? Der Birnensaft enthält 45 mg Vitamin c je 100 ml.

| Stoffe     | Mengen der Stoffe in 100 ml | Vitamin-C-gehalt in mg je 100ml | Vitamin-C-Menge in den Stoffen in mg |
|------------|-----------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|
| Tr-Saft    | x                           | 15                              | 15 * x                               |
| Bi-Saft    | 40                          | 45                              | 45 * 40                              |
| Mi-Getränk | z                           | 25                              | 25 * z                               |

$$x + 40 = z \quad (1),$$

$$15x + 45 \cdot 40 = 25z \quad (2).$$

(1) wird in (2) eingesetzt:

$$15x + 1800 = 25(x+40) \quad (3).$$

Ausmultiplizieren der Klammer und alle x auf linker Seite zusammenfassen:

$$15x - 25x = 1000 - 1800 \text{ oder}$$

$$-10x = -800 \text{ oder}$$

$$x = 800/10 = 80$$

Aus (1) folgt  $z = x + 40 = 80 + 40 = 120$ , was eigentlich nicht gesucht ist.

Es werden  $80 \cdot 100 \text{ ml} = 8000 \text{ ml} = 8 \text{ l}$  Traubensaft benötigt.

Beispielaufgabe 5:

Eine Kinderbowle wird aus 6 l Cola und 2 l Kirschsafte hergestellt. Wieviel mg Vitamin C enthält die Cola, wenn die Bowle 25 mg Vitamin C je 100 ml und insgesamt 2000 mg Vitamin C enthält? Der Kirschsafte hat einen Vitamin-C-Gehalt von 40 mg/100ml.

Lösung:

| Stoffe   | Mengen der Stoffe in 100 ml | Vitamin-C-gehalt in mg je 100ml | Vitamin-C-Menge in den Stoffen in mg |
|----------|-----------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|
| Cola     | 60                          | a                               | a * 60                               |
| Ki-Safte | 20                          | 40                              | 40 * 20                              |
| Bowle    | 80                          | 25                              | 2000                                 |

Gesucht ist offenbar der Ausdruck  $60 * a$ , was aus einer Gleichung errechnet werden kann, die sich aus Spalte 4 der Tabelle ergibt:

$$60a + 40 * 20 = 2000$$

$$60a = 2000 - 40 * 20 = 2000 - 800 = 1200$$

Die 6 l Cola enthalten 1200 mg Vitamin C bzw. der Vitamingehalt der Cola beträgt 20 mg/100 ml.

Beispielaufgabe 6:

Ein Gramm einer Blumensamenmischung aus 12 g einer Sorte A und 8 g einer Sorte B kostet 2,64 EUR. Werden von beiden Sorten 10 g gemischt, kostet die Mischung 2,70 EUR. Was kostet jeweils ein Gramm der beiden Sorten?

Lösung:

Diese Aufgabe enthält Angaben zu zwei verschiedenen Mischungen zweier Sorten. Die Angaben zu jeder Mischung werden in separate Tabellen eingetragen:

| Stoffe     | Massen der Stoffe in g | Preis pro Gramm in EUR | Preise der Massen der Stoffe in EUR |
|------------|------------------------|------------------------|-------------------------------------|
| A          | 12                     | a                      | a * 12                              |
| B          | 8                      | b                      | b * 8                               |
| Mischung 1 | 20                     | 2,64                   | 2,64 * 20                           |

| Stoffe     | Massen der Stoffe in g | Preis pro Gramm in EUR | Preise der Massen der Stoffe in EUR |
|------------|------------------------|------------------------|-------------------------------------|
| A          | 10                     | a                      | a * 10                              |
| B          | 10                     | b                      | b * 10                              |
| Mischung 2 | 20                     | 2,70                   | 2,70 * 20                           |

Aus den Spalten 4 der Tabellen lassen sich folgende Gleichungen aufstellen:

$$12a + 8b = 52,8 \quad (1)$$

$$10a + 10b = 54 \quad (2).$$

Die Lösungen der Gleichungen lauten  $a = 2,4$  und  $b = 3$ .

Ein Gramm der Sorte A kostet 2,40 EUR und ein Gramm der Sorte B 3,00 EUR.



Beispielaufgabe 7:

Eine Mischung aus zwei Tabaksorten (S1, S2) zu je 160 EUR/kg und 120 EUR/kg kostet insgesamt 960 EUR. Eine Mischung kostet 40 EUR mehr, wenn die Mengen der Tabaksorten vertauscht werden. Wieviel Kilogramm der Sorten S1, S2 werden jeweils gemischt?

Lösung:

Diese Aufgabe enthält Angaben zu zwei verschiedenen Mischungen zweier Sorten. Die Angaben zu jeder Mischung werden in separate Tabellen eingetragen:

| Stoffe     | Massen der Stoffe in kg | Preis pro kg in EUR | Preise der Massen der Stoffe in EUR |
|------------|-------------------------|---------------------|-------------------------------------|
| S1         | x                       | 160                 | 160 * x                             |
| S2         | y                       | 120                 | 120 * y                             |
| Mischung 1 | z                       | c                   | 960                                 |

| Stoffe     | Massen der Stoffe in kg | Preis pro kg in EUR | Preise der Massen der Stoffe in EUR |
|------------|-------------------------|---------------------|-------------------------------------|
| S1         | y                       | 160                 | 160 * y                             |
| S2         | x                       | 120                 | 120 * x                             |
| Mischung 2 | z                       | c                   | 960 + 40 = 1000                     |

Aus den Spalten 4 der Tabellen lassen sich folgende Gleichungen aufstellen:

$$160x + 120y = 960 \quad (1)$$

$$120x + 160y = 1000 \quad (2).$$

Die Lösungen der Gleichungen lauten  $x = 3$  und  $y = 4$ .

Die 960 EUR teure Mischung besteht aus 3 kg der Sorte S1 und 4 kg der Sorte S2. Die 1000 EUR teure Mischung besteht aus 4 kg der Sorte S1 und 3 kg der Sorte S2.

Beispielaufgabe 8:

Eine Mischung aus zwei verschiedenen Apfelsorten kostet 6 EUR/kg. Die Mischung enthält 30 kg einer Sorte A zu 3,00 EUR/kg und eine unbekannte Menge der Sorte B. Werden von beiden Sorten die gleichen Mengen gemischt, ergibt sich ein Mischungspreis von 5,50 EUR/kg. Was kostet ein Kilogramm der Sorte B und wie viel kg der Sorte B enthält die Mischung zu 3,00 EUR/kg.

Lösung:

Diese Aufgabe enthält Angaben zu zwei verschiedenen Mischungen zweier Sorten. Die Angaben zu jeder Mischung werden in separate Tabellen eingetragen:

| Stoffe     | Massen der Stoffe in kg | Preis pro kg in EUR | Preise der Massen der Stoffe in EUR |
|------------|-------------------------|---------------------|-------------------------------------|
| A          | 30                      | 3                   | 3 * 30 = 90                         |
| B          | y                       | b                   | b * y                               |
| Mischung 1 | z                       | 6                   | 6 * z                               |

| Stoffe     | Massen der Stoffe in kg | Preis pro kg in EUR | Preise der Massen der Stoffe in EUR |
|------------|-------------------------|---------------------|-------------------------------------|
| A          | m                       | 3                   | 3 * m                               |
| B          | m                       | b                   | b * m                               |
| Mischung 2 | m + m                   | 5,5                 | 5,5 * (m + m) =<br>5,5 * 2m = 11m   |

Aus der 1. Tabelle, Spalten 1 und 4 resultieren folgende Gleichungen:

$$30 + y = z \quad (1.1),$$

$$90 + by = 6z \quad (2.1).$$

Diese zwei Gleichungen enthalten die 3 Unbekannten  $y$ ,  $z$ ,  $b$ .

Aus der 2. Tabelle, Spalte 4 ergibt sich  $b$  wie folgt, wenn man für die Massen der zu mischenden Apfelsorten der zweiten Mischung jeweils ein beliebiges  $m$  annimmt und folgende Gleichung aufstellt:

$$3m + bm = 11m \quad (3)$$

Beide Seiten von (3) durch  $m$  geteilt führt zu:

$$3 + b = 11. \text{ D.h., } b = 11 - 3 = 8.$$

In (1.1) und (2.1) werden die Variablen links und die Absolutwerte rechts geschrieben. In (2.1) wird noch  $b = 8$  gesetzt:

$$y - z = -30 \quad (1.2)$$

$$8y - 6z = -90 \quad (2.2)$$

Die Lösungen der Gleichungen lauten  $y = 45$  und  $z = 75$ .

45 kg der Sorte B müssen mit den 30 kg der Sorte A gemischt werden. Der Kilopreis der Sorte B beträgt 8 EUR/kg. Die Mischung zu 6 EUR/kg wiegt 75 kg.

#### Beispielaufgabe 9:

Zum Zubereiten eines Groggs soll ein doppelter Rum in ein Glas gegossen werden, dass mit 0,4 l heißem Wasser gefüllt ist. Der Rum hat einen Alkoholgehalt von 54%. Ein Schnapsglas für einen doppelten Rum misst 4 cl.

#### Lösung:

Beim Lösen der Aufgabe beachten wir, dass 1 cl = 0,01 l sind und Wasser alkoholfrei ist. Nach dem Mischen befindet sich der Alkohol im Summenvolumen der Ausgangsstoffe Wasser und Rum (0,44l).

Unsere Mischungstabelle sieht so aus:

| Stoffe | Volumen der Stoffe in l | Alkoholgehalt in % | Alkoholmenge in l |
|--------|-------------------------|--------------------|-------------------|
| Rum    | 0,04                    | 54                 | $0,04 * 54/100$   |
| Wasser | 0,4                     | 0                  | 0                 |
| Grog   | 0,44                    | c                  | $0,44 * c/100$    |

Spalte 4 ergibt folgende Gleichung:

$$0,04 * 0,54 + 0 = 0,44 * c/100$$

Daraus ergibt sich:

$$c = (0,04 * 0,54) / 0,44 * 100 = 4,90909\dots$$

Der Grog hat einen Alkoholgehalt von annähernd 4,9 %.

Beispielaufgabe 10:

Ein Barmixer verwendet zur Herstellung von 2,6 l eines Cocktails drei verschiedene Spirituosen. Der Cocktail hat einen Alkoholgehalt von 30%. Der Barmixer verwendet 0,2 l der ersten Spirituose mit einem Alkoholgehalt von 90%. Weiterhin stehen dem Barmixer eine zweite und eine dritte Spirituose jeweils mit einem Alkoholgehalt von 20% und 40% zur Verfügung. Wie viel Liter der zweiten und dritten Spirituose hat der Barmixer verwendet?

Die Aufgabe enthält drei Mischungsausgangsstoffe.

| Stoffe   | Volumen der Stoffe in l | Alkoholgehalt in % | Alkoholmenge in l |
|----------|-------------------------|--------------------|-------------------|
| S1       | 0,2                     | 90                 | $0,2 * 90/100$    |
| S2       | x                       | 20                 | $x * 20/100$      |
| S3       | y                       | 40                 | $y * 40/100$      |
| Cocktail | 2,6                     | 30                 | $2,6 * 30/100$    |

Aus den Spalten 2 und 4 lassen sich folgende Gleichungen bilden:

$$0,2 + x + y = 2,6 \quad (1.1)$$

$$0,2 * 90/100 + x * 20/100 + y * 40/100 = 2,6 * 30/100 \quad (2.1)$$

Die Gleichungen werden so umgeformt, dass die Variablen links und die Absolutwerte rechts stehen:

$$x + y = 2,4 \quad (1.2)$$

$$0,2x + 0,4y = 0,6 \quad (2.2)$$

Die Lösungen der Gleichungen (1.2) und (2.2) lauten:

$$x = 1,8$$

$$y = 0,6.$$

Der Barmixer verwendete 1,8 l der 20%igen Spirituose und 0,6 l der 40%igen Spirituose.

Beispielaufgabe 11:

Für die Gewinner einer Olympiade sollen Silbermedaillen hergestellt werden, die 48 g wiegen und einen Feingehalt von 750 haben. Zum Herstellen der Medaillen steht 1 kg Silber vom Feingehalt 900 zur Verfügung. Wie viel g Kupfer müssen mit dem Silber vom Feingehalt 925 verschmolzen werden, um Medaillen mit einem Feingehalt von 750 prägen zu können? Wie viele Medaillen lassen sich aus der Legierung prägen?

| Stoffe    | Masse der Stoffe in g | Feingehalt in Promille | Masse Ag in g     |
|-----------|-----------------------|------------------------|-------------------|
| Ag        | 1000                  | 900                    | $1000 * 900/1000$ |
| Cu        | y                     | 0                      | 0                 |
| Legierung | z                     | 750                    | $z * 750/1000$    |

Aus Spalte 4:

$$1000 * 900/1000 + 0 = z * 750/1000$$

$$z = 900/0,75 = 1200$$

Da gemäß Spalte 1:  $1000 + y = z$ , folgt:

$$y = z - 1000 = 1200 - 1000 = 200.$$

200 g Kupfer werden mit 1000g Silber verschmolzen. Aus insgesamt 1200 g Legierung lassen sich  $1200 \text{ g}/48 \text{ g} = 25$  Medaillen herstellen.